Terminale ES_1 (enseignement de spécialité)
Devoir en classe n° 2
Lundi 9 décembre 2013

EXERCICE 1

On considère les nombres réels a et b et les matrices :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer le produit MN.
2. Quelle relation doivent vérifier les nombres a et b pour que $MN = I$?
3. En déduire que M est inversible et donner la matrice M^{-1}.

EXERCICE 2

Trois groupes d'amis décident de commander des pizzas. On indique dans le tableau ci-dessous les commande de chaque groupe.

	Calzone	Regina	Royale	Facture en €
Groupe A	2	3	1	76,90
Groupe B	4	5	3	155,50
Groupe C	7	2	6	197,20

On veux déterminer les prix x, y et z des pizzas « Calzone », « Regina », « Royale ».

1. Traduire l'énoncé sous forme d'un système linéaire de trois équations à trois inconnues.
2. Écrire ce système sous forme matricielle : $AX = B$ en précisant les matrices A, B et X.
3. Vérifier que A est inversible et donner la matrice A^{-1}.
4. Résoudre à l'aide des matrices le système et conclure.

EXERCICE 3

1. Résoudre, à l'aide des matrices, le système d'inconnues a et b :

$$(S) \begin{cases} 40a + 2b = 25 \\ 360a + 6b = 51 \end{cases}$$

On expliquera pourquoi le système (S) a une solution unique.

2. Après arrêt d'un moteur turbo propulseur, l'hélice d'un avion continue à tourner librement jusqu'à son arrêt. Son mouvement est un mouvement de rotation uniforme décéléré. Le nombre de tours N effectués en fonction du temps t (en secondes) est donné par :

$$N = f(t) = at^2 + bt$$

où a et b sont des réels à déterminer et $t \in [0\,;\,72{,}5]$.

   a. Sachant que l'hélice étudiée effectue 250 tours en 20 secondes et 510 tours en une minute, déterminer le système d'équations d'inconnues a et b correspondant à ces données.
   b. Utiliser la première question pour donner les valeurs de a et b et en déduire l'expression de $f(t)$ pour $t \in [0\,;\,72{,}5]$.

3. On admet que la fréquence de rotation de l'hélice est donnée par la dérivée f' de la fonction f. Déterminer $f'(t)$ pour $t \in [0\,;\,72{,}5]$, puis déterminer le nombre de tours effectués par l'hélice jusqu'à son arrêt (arrondir à l'unité).