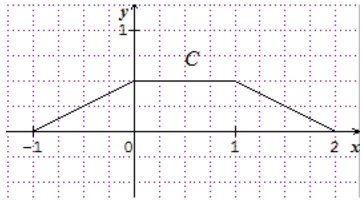
Terminale S Jeudi 12 décembre 2013

DEVOIR SURVEILLE N°4

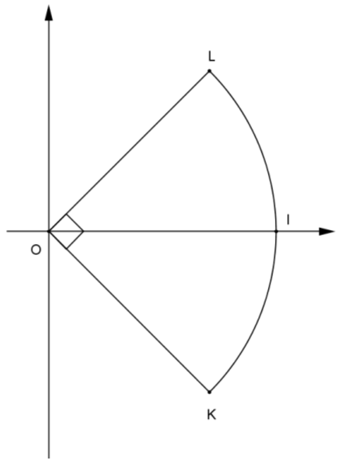
Exercice 1



f est la fonction définie sur $[-1\ ;2]$ par la représentation graphique $\mathcal{C}$ ci-contre.

1) Montrer que f est une fonction de densité de probabilité sur $[-1\ ;2]$.
2) Calculer $P(-1 \leq X \leq 1)$ où Xest une variable aléatoire continue de densité f.

Exercice 2



Depuis l'origine O du repère, un canon tire selon un angle aléatoire θ compris entre $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$.
Les projectiles tirés arrivent en ligne droite sur le quart de cercle $\widehat{KL}$.
La variable aléatoire θ suit une loi uniforme sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{4}\ ;\ \frac{\pi}{4}\right]$.

1) Traduire chacun des événements suivants par une phrase donnant une condition sur θ, puis calculer leur probabilité :
   a) A : ‟ Le projectile arrive entre I et L. ”
   b) B : ‟ Le projectile arrive en I. ”
   c) C : ‟ Le projectile arrive en I, avec une erreur inférieure à $\frac{\pi}{12}$. ”
   d) D = A ∩ C
2) Calculer $P_A(C)$.
3) Soit a un nombre réel. Déterminer a de sorte que $P(-a \leq \theta \leq a) = 0{,}5$.

Exercice 3

Partie A

Dans le restaurant qu'il fréquente chaque midi, Max dépense entre 15 et 30 euros, << tout compris >>, selon ses choix. On modélise le prix du repas de Max, un jour pris au hasard, par la variable aléatoire X dont la loi est uniforme sur $[15\ ;30]$.

1) Montrer que la probabilité que Max dépense moins de 19,50 euros est égale à 0,3.
2) Calculer la probabilité que Max dépense entre 19 et 27 euros.
3) Quel est le prix moyen payé par Max.

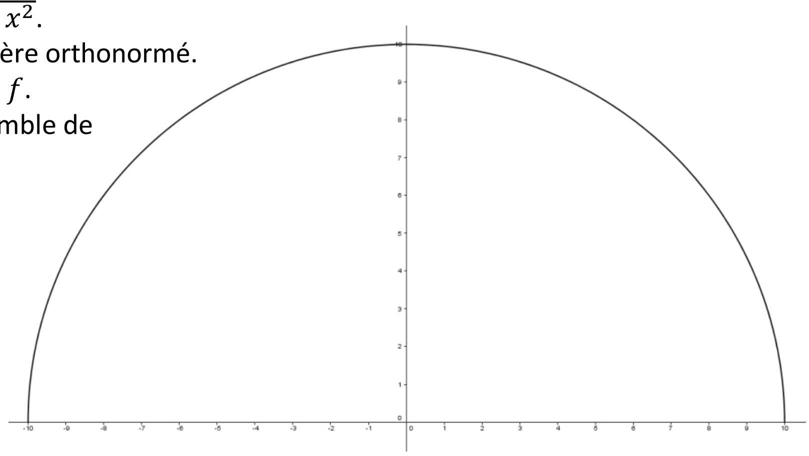
Partie B

Sur une semaine, Max mange 5 fois au restaurant. On suppose que le prix payé un jour donné est indépendant du prix payé les autres jours de la semaine.
Soit Y la variable aléatoire qui compte le nombre de repas à moins de 19,50 euros.

1) Quelle loi suit Y ?
2) Calculer la probabilité que Max dépense, chaque jour de la semaine, moins de 19,50 euros?
3) Calculer l'espérance de Y. Interpréter ce résultat.

Exercice 4

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{100 - x^2}$.
On nomme $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

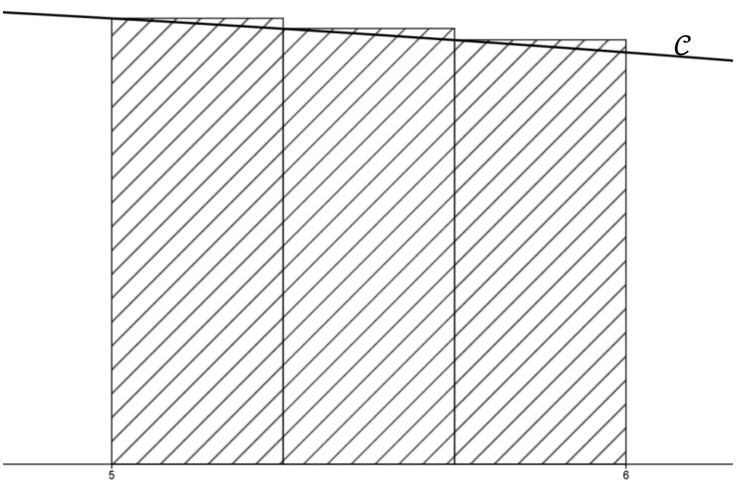


1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2) Etudier les variations de la fonction f sur son ensemble de définition.
3) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
4) Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ par rapport à T.
5) Voici la représentation graphique de f.
   Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de $\mathcal{C}$? En donner les éléments caractéristiques.
6) Démontrer cette conjecture.
7) En déduire la valeur exacte de $\int_{-10}^{10} f(x)dx$.
8) On donne l'algorithme ci-dessous.

Variable :	k et n sont des nombres entiers naturels s est un nombre réel
Entrée :	Demander à l'utilisateur la valeur de n
Initialisation :	Affecter à s la valeur 0
Traitement :	Pour k allant de 0 à $n - 1$ Affecter à s la valeur $s + \frac{1}{n} f\left(5 + \frac{k}{n}\right)$ Fin de boucle
Sortie :	Afficher s

On note s_n le nombre affiché par cet algorithme lorsque l'utilisateur entre un entier naturel strictement positif comme valeur de n.

a) Justifier que s_3 représente l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine hachuré sur le graphique ci-dessous où les trois rectangles ont la même largeur.



b) Que dire de la valeur de s_n fournie par l'algorithme proposé lorsque n devient grand ?