

Mathématiques discrètes VI

Algèbre linéaire

INFO2 - Semaines 43 à 2

Guillaume CONNAN

IUT de Nantes - Dpt d'informatique

Dernière mise à jour : 2 décembre 2012

Sommaire

- 1 Famille libre/liée - Base
- 2 Matrice d'une famille dans une base
- 3 Changement de bases
- 4 Applications linéaires

Sommaire

- 1 Famille libre/liée - Base
- 2 Matrice d'une famille dans une base
- 3 Changement de bases
- 4 Applications linéaires

Définitions

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- ① $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- ② Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- ③ Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- ④ u et v sont-ils colinéaires ?
- ⑤ \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- ⑥ Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- ⑦ Démontrer que $(1, 2) \notin \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- ⑧ $u = (1, 2)$ et $\mathcal{F} = (w, t)$, démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \mathbb{R}^2$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- ① $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- ② Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- ③ Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- ④ u et v sont-ils colinéaires ?
- ⑤ \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- ⑥ Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(u)$.
- ⑦ Démontrer que $(1, 2) \notin \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- ⑧ $w = (1, 2)$ et $\mathcal{F} = (u, v)$: démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- 1 $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- 2 Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- 3 Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- 4 u et v sont-ils colinéaires ?
- 5 \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- 6 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- 7 Démontrer que $\text{Vect}(w) \neq \text{Vect}(u)$.
- 8 Quel est $\text{Vect}(\mathcal{F} \cup \{w\})$? Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F} \cup \{w\}) = \mathbb{R}^2$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- 1 $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- 2 Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- 3 Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- 4 u et v sont-ils colinéaires ?
- 5 \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- 6 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- 7 Démontrer que $\text{Vect}(w) = \text{Vect}(u, v)$.
- 8 Démontrer que $\text{Vect}(u, v) = \text{Vect}(w)$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- 1 $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- 2 Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- 3 Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- 4 u et v sont-ils colinéaires ?
- 5 \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- 6 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- 7 Démontrer que $(1, 2) \notin \text{Vect}\mathcal{F}$.

8 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$ en montrant que $\text{Vect}(\mathcal{F}) \subset \text{Vect}(w)$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- 1 $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- 2 Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- 3 Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- 4 u et v sont-ils colinéaires ?
- 5 \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- 6 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- 7 Démontrer que $(1, 2) \notin \text{Vect}\mathcal{F}$.
- 8 $t = (1, 2)$, et $\mathcal{F}' = (w, t)$; démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}') = \mathbb{R}^2$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- 1 $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- 2 Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- 3 Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- 4 u et v sont-ils colinéaires ?
- 5 \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- 6 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- 7 Démontrer que $(1, 2) \notin \text{Vect}\mathcal{F}$.
- 8 $t = (1, 2)$, et $\mathcal{F}' = (w, t)$; démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}') = \mathbb{R}^2$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- 1 $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- 2 Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- 3 Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- 4 u et v sont-ils colinéaires ?
- 5 \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- 6 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- 7 Démontrer que $(1, 2) \notin \text{Vect}\mathcal{F}$.
- 8 $t = (1, 2)$, et $\mathcal{F}' = (w, t)$; démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}') = \mathbb{R}^2$.

Exercice 1

On travaille dans l'ev \mathbb{R}^2 :

- 1 $u = (6, -9)$ et $v = (-10, 15)$. Donner des CL de la famille (u) , de la famille (u, v) .
- 2 Que représente $\text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (u, v)$?
- 3 Démontrer que $w = (2, -3) \in \text{Vect}(\mathcal{F})$.
- 4 u et v sont-ils colinéaires ?
- 5 \mathcal{F} est-elle libre ou liée ?
- 6 Démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}) = \text{Vect}(w)$.
- 7 Démontrer que $(1, 2) \notin \text{Vect}\mathcal{F}$.
- 8 $t = (1, 2)$, et $\mathcal{F}' = (w, t)$; démontrer que $\text{Vect}(\mathcal{F}') = \mathbb{R}^2$.

Exercice 2

On sait que $\mathbb{R}^{2 \times 2}$, l'ensemble des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels, est un espace vectoriel sur \mathbb{R} avec les deux opérations : addition de deux matrices et la multiplication d'une matrice par un réel (scalaire). On considère

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

Démontrer que F est un sev de E puis déterminer deux matrices M_1 et M_2 vérifiant $F = \text{Vect}(\mathcal{F})$ avec $\mathcal{F} = (M_1, M_2)$.

Cette famille est-elle libre ? A-t-elle d'autres propriétés ?

Exercice 3

- 1 *Démontrer que toute « sous famille » d'une famille libre est libre.*
- 2 *Démontrer que toute « sur famille » d'une famille liée est liée.*

Exercice 3

- 1 *Démontrer que toute « sous famille » d'une famille libre est libre.*
- 2 *Démontrer que toute « sur famille » d'une famille liée est liée.*

Exercice 3

- 1 *Démontrer que toute « sous famille » d'une famille libre est libre.*
- 2 *Démontrer que toute « sur famille » d'une famille liée est liée.*

Sommaire

- 1 Famille libre/liée - Base
- 2 Matrice d'une famille dans une base
- 3 Changement de bases
- 4 Applications linéaires

Propriétés

Exercice 4

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

① $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$

② $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$

③ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$

④ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (1, -1, 5, 7, 0)$

Exercice 4

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 4

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

① $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$

② $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$

③ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$

④ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 4

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 4

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 5

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- ① $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- ② $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- ③ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- ④ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (1, -1, 5, 7, 0)$

Exercice 5

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 5

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

① $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$

② $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$

③ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$

④ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 5

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 5

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 6

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

① $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$

② $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$

③ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$

④ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (1, -1, 5, 7, 0)$

Exercice 6

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- ① $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- ② $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- ③ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- ④ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 6

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

① $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$

② $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$

③ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$

④ $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 6

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 6

Dire si les familles $\mathcal{F} = (u_i)$ suivantes de \mathbb{R}^3 sont libres ou liées :

- 1 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2)$
- 2 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -2)$
- 3 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1)$
- 4 $u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (1, 0, 2), u_3 = (0, 1, -1), u_4 = (12, 155, 703)$

Exercice 7

- 1 $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_1 + u_2, u_1 + u_2 + u_3, u_1 + u_2 + u_3 + u_4)$ est-elle une base de \mathbb{R}^4 ?
- 2 $\mathcal{F}_2 = (u_1 + u_2, u_2 + u_3, u_3 + u_4, u_4 + u_1)$ est-elle une base de \mathbb{R}^4 ?

Exercice 7

- 1 $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_1 + u_2, u_1 + u_2 + u_3, u_1 + u_2 + u_3 + u_4)$ est-elle une base de \mathbb{R}^4 ?
- 2 $\mathcal{F}_2 = (u_1 + u_2, u_2 + u_3, u_3 + u_4, u_4 + u_1)$ est-elle une base de \mathbb{R}^4 ?

Exercice 7

- 1 $\mathcal{F}_1 = (u_1, u_1 + u_2, u_1 + u_2 + u_3, u_1 + u_2 + u_3 + u_4)$ est-elle une base de \mathbb{R}^4 ?
- 2 $\mathcal{F}_2 = (u_1 + u_2, u_2 + u_3, u_3 + u_4, u_4 + u_1)$ est-elle une base de \mathbb{R}^4 ?

Exercice 8

- 1 On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- 2 Donner une famille génératrice de H .
- 3 La famille (u, v) est-elle libre ?
- 4 Donner une base de H .
- 5 Quelle est la dimension de H ?
- 6 On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- 7 On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- 8 Quelle est la dimension de K ?
- 9 Démontrer que $\{u, v, w\}$ est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- ① On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- ② Donner une famille génératrice de H .
- ③ La famille (u, v) est-elle libre ?
- ④ Donner une base de H .
- ⑤ Quelle est la dimension de H ?
- ⑥ On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- ⑦ On note $N = \text{Vect}(w)$. Donner une base de N .
- ⑧ Quelle est la dimension de N ?
- ⑨ Démontrer que (w, u, v) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- ① On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- ② Donner une famille génératrice de H .
- ③ La famille (u, v) est-elle libre ?
- ④ Donner une base de H .
- ⑤ Quelle est la dimension de H ?
- ⑥ On note $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$, démontrer que K est un sev de \mathbb{R}^3 .
- ⑦ On note $N = \text{Vect}(u, v)$. Donner une base de N .
- ⑧ Quelle est la dimension de N ?
- ⑨ Démontrer que (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- ① On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- ② Donner une famille génératrice de H .
- ③ La famille (u, v) est-elle libre ?
- ④ Donner une base de H .
- ⑤ Quelle est la dimension de H ?
- ⑥ On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- ⑦ On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- ⑧ Quelle est la dimension de K ?
- ⑨ Démontrer que $\{u, v, w\}$ est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- ① On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- ② Donner une famille génératrice de H .
- ③ La famille (u, v) est-elle libre ?
- ④ Donner une base de H .
- ⑤ Quelle est la dimension de H ?
- ⑥ On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- ⑦ On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- ⑧ Quelle est la dimension de K ?
- ⑨ Démontrer que (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- 1 On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- 2 Donner une famille génératrice de H .
- 3 La famille (u, v) est-elle libre ?
- 4 Donner une base de H .
- 5 Quelle est la dimension de H ?
- 6 On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- 7 On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- 8 Quelle est la dimension de K ?
- 9 Démontrer que (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- 1 On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- 2 Donner une famille génératrice de H .
- 3 La famille (u, v) est-elle libre ?
- 4 Donner une base de H .
- 5 Quelle est la dimension de H ?
- 6 On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- 7 On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- 8 Quelle est la dimension de K ?
- 9 Démontrer que (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- 1 On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- 2 Donner une famille génératrice de H .
- 3 La famille (u, v) est-elle libre ?
- 4 Donner une base de H .
- 5 Quelle est la dimension de H ?
- 6 On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- 7 On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- 8 Quelle est la dimension de K ?
- 9 Démontrer que (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- ① On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- ② Donner une famille génératrice de H .
- ③ La famille (u, v) est-elle libre ?
- ④ Donner une base de H .
- ⑤ Quelle est la dimension de H ?
- ⑥ On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- ⑦ On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- ⑧ Quelle est la dimension de K ?
- ⑨ Démontrer que (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 8

- ① On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$, démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 en déterminant u et v , deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , de sorte que $H = \text{Vect}(u, v)$.
- ② Donner une famille génératrice de H .
- ③ La famille (u, v) est-elle libre ?
- ④ Donner une base de H .
- ⑤ Quelle est la dimension de H ?
- ⑥ On note $w = (1, 2, 3)$, démontrer que $w \notin H$.
- ⑦ On note $K = \text{Vect}(w)$. Donner une base de K .
- ⑧ Quelle est la dimension de K ?
- ⑨ Démontrer que (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 9

- 1 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - z = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 2 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 3 $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid ax + by + cz = 0\}$ où a , b et c sont des réels fixés. Dans quel cas a-t-on $H = \mathbb{R}^3$? Démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 .

Exercice 9

- 1 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - z = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 2 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 3 $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid ax + by + cz = 0\}$ où a , b et c sont des réels fixés. Dans quel cas a-t-on $H = \mathbb{R}^3$? Démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 .

Exercice 9

- 1 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - z = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 2 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 3 $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid ax + by + cz = 0\}$ où a , b et c sont des réels fixés. Dans quel cas a-t-on $H = \mathbb{R}^3$? Démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 .

Exercice 9

- 1 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - z = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 2 Démontrer que $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0\}$ est un sev de \mathbb{R}^3 et en donner une base.
- 3 $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid ax + by + cz = 0\}$ où a, b et c sont des réels fixés. Dans quel cas a-t-on $H = \mathbb{R}^3$? Démontrer que H est un sev de \mathbb{R}^3 .

Exercice 10

On travaille dans \mathbb{R}^3 :

- 1 Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ par la méthode de la ℓ -réduite échelonnée.
- 2 On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$ et $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - z = 0\}$. Déterminer une base de $H \cap K$.

Exercice 10

On travaille dans \mathbb{R}^3 :

- 1 Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ par la méthode de la ℓ -réduite échelonnée.
- 2 On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$ et $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - z = 0\}$. Déterminer une base de $H \cap K$.

Exercice 10

On travaille dans \mathbb{R}^3 :

- 1 Résoudre le système $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ par la méthode de la ℓ -réduite échelonnée.
- 2 On note $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$ et $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - z = 0\}$. Déterminer une base de $H \cap K$.

Exercice 11

On travaille dans \mathbb{R}^3 et on note $u = (1, 2, 2)$ et $v = (-2, 1, 2)$. Déterminer des réels a , b et c pour que $\text{Vect}(u, v) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid ax + by + cz = 0\}$.

Sommaire

- 1 Famille libre/liée - Base
- 2 Matrice d'une famille dans une base
- 3 Changement de bases**
- 4 Applications linéaires

Propriétés

Exercice 12

- 1 \mathcal{B} et \mathcal{B}' sont deux bases de \mathbb{K}^n . Qu'appelle-t-on la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' ? On note P cette matrice, à quoi sert-elle ?
- 2 \mathcal{B} et \mathcal{B}' sont des bases de \mathbb{R}^3 et A est la matrice de \mathcal{B}' dans la base \mathcal{B} . Démontrer que le rang de A est 3. La matrice A est-elle inversible ?

Propriétés

Exercice 12

- 1 \mathcal{B} et \mathcal{B}' sont deux bases de \mathbb{K}^n . Qu'appelle-t-on la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' ? On note P cette matrice, à quoi sert-elle ?
- 2 \mathcal{B} et \mathcal{B}' sont des bases de \mathbb{R}^3 et A est la matrice de \mathcal{B}' dans la base \mathcal{B} . Démontrer que le rang de A est 3. La matrice A est-elle inversible ?

Propriétés

Exercice 12

- 1 \mathcal{B} et \mathcal{B}' sont deux bases de \mathbb{K}^n . Qu'appelle-t-on la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' ? On note P cette matrice, à quoi sert-elle ?
- 2 \mathcal{B} et \mathcal{B}' sont des bases de \mathbb{R}^3 et A est la matrice de \mathcal{B}' dans la base \mathcal{B} . Démontrer que le rang de A est 3. La matrice A est-elle inversible ?

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- ❶ Expliciter la base canonique.
- ❷ Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?
- ❸ Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?
- ❹ Démontrer que la famille $\mathcal{B}' = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .
- ❺ Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' .
- ❻ Déterminer la matrice de passage de \mathcal{B}' à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?
- ❼ Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{B} .
- ❽ Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{B}' .
- ❾ Soit $x = (3, 5)$, déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{B}' .
- ❿ Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{B}' .

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- ❶ Expliciter la base canonique.
- ❷ Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?
- ❸ Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?
- ❹ Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .
- ❺ Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .
- ❻ Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?
- ❼ Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .
- ❽ Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .
- ❾ (a) Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .
(b) Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .
- ❿ Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *Quelle(s) λ déterminent les coordonnées de e_1 dans la base canonique \mathcal{B} ?*
- 10 *Déterminer les coordonnées de e_2 dans la base \mathcal{F} .*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *Soit (x, y) déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans \mathcal{F} .*
- 10 *Soit (x, y) déterminer les coordonnées de y dans la base \mathcal{B} et dans \mathcal{F} .*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans la base \mathcal{F} et dans \mathcal{B} ?*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *Déterminer les coordonnées de e_2 dans la base \mathcal{F} .*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *$x = (-1, 5)$, déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *$x = (-1, 5)$, déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .*
- 10 *Déterminer les coordonnées de x dans la base $\mathcal{B}' = (-3u_2, 7u_1)$.*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *$x = (-1, 5)$, déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .*
- 10 *Déterminer les coordonnées de x dans la base $\mathcal{B}' = (-3u_2, 7u_1)$.*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *$x = (-1, 5)$, déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .*
- 10 *Déterminer les coordonnées de x dans la base $\mathcal{B}' = (-3u_2, 7u_1)$.*

Exercice 13

$u_1 = (1, 2)$ et $u_2 = (2, 3)$ sont deux vecteurs de \mathbb{R}^2 , $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ désigne la base canonique de \mathbb{R}^2 .

- 1 *Expliciter la base canonique.*
- 2 *Quelles sont les coordonnées de u_2 dans \mathcal{B} ?*
- 3 *Quelles sont les coordonnées de e_1 dans \mathcal{B} ?*
- 4 *Démontrer que la famille $\mathcal{F} = (u_1, u_2)$ est une base de \mathbb{R}^2 .*
- 5 *Déterminer la matrice P de passage de \mathcal{B} à \mathcal{F} .*
- 6 *Déterminer la matrice de passage de \mathcal{F} à \mathcal{B} . Que représentent les colonnes de cette matrice ?*
- 7 *Déterminer les coordonnées de u_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 8 *Déterminer les coordonnées de e_1 dans la base \mathcal{F} .*
- 9 *$x = (-1, 5)$, déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} et dans la base \mathcal{F} .*
- 10 *Déterminer les coordonnées de x dans la base $\mathcal{B}' = (-3u_2, 7u_1)$.*

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $\mathcal{F} = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect}(\mathcal{F})$?
- 8 Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .
- 10 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $\mathcal{F} = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect}(\mathcal{F})$?
- 8 Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .
- 10 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $\mathcal{F} = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il possible de compléter \mathcal{F} en une base de \mathbb{R}^3 ?
- 8 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} .
- 10 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $\mathcal{F} = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il possible de compléter \mathcal{F} en une base de \mathbb{R}^3 ?
- 8 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{B} .
- 9 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $F = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect}(\mathcal{F})$?

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- ① $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- ② $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $\mathcal{F} = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- ③ $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- ④ Déterminer la LRÉ de A . Quel est le rang de A ?
- ⑤ Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- ⑥ Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- ⑦ Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect} \mathcal{F}$?
- ⑧ Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $\mathcal{F} = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRÉ de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect} \mathcal{F}$?
- 8 Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $F = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect}\mathcal{F}$?
- 8 Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .
- 10 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- ① $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- ② $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $F = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- ③ $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- ④ Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- ⑤ Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- ⑥ Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- ⑦ Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect} \mathcal{F}$?
- ⑧ Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- ⑨ Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .
- ⑩ Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $F = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect} \mathcal{F}$?
- 8 Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .
- 10 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .
- 11 Démontrer de plusieurs façons que $\mathcal{B} = (u, v)$ n'est pas une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $F = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect} \mathcal{F}$?
- 8 Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .
- 10 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .

11 Démontrer de plusieurs façons que $\mathcal{B} = (u, v)$ n'est pas une base de \mathbb{R}^3

Exercice 14

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de \mathbb{R}^3 .

- 1 $x = (2, 3, -5)$, déterminer les coordonnées de x dans \mathcal{B} .
- 2 $u = (1, 1, -1)$, $v = (1, -1, 2)$, $w = (2, 0, 2)$. Déterminer les coordonnées des vecteurs u , v et w dans la base \mathcal{B} ainsi que la matrice A de la famille $F = (u, v, w)$ dans \mathcal{B} .
- 3 $\text{Vect}(\mathcal{F})$ est-il un sev de \mathbb{R}^3 ?
- 4 Déterminer la LRE de A . Quel est le rang de A ?
- 5 Démontrer que \mathcal{F} est libre.
- 6 Démontrer que \mathcal{F} est une base de \mathbb{R}^3 .
- 7 Est-il vrai que $\mathbb{R}^3 = \text{Vect} \mathcal{F}$?
- 8 Déterminer la matrice A' de la famille \mathcal{B} dans la base \mathcal{F} .
- 9 Déterminer la matrice de \mathcal{F} dans la base \mathcal{F} et la matrice de \mathcal{B} dans la base \mathcal{B} .
- 10 Déterminer les coordonnées de x dans la base \mathcal{F} .
- 11 Démontrer de plusieurs façons que $\mathcal{G} = (u, v)$ n'est pas une base de \mathbb{R}^3 .

Sommaire

- 1 Famille libre/liée - Base
- 2 Matrice d'une famille dans une base
- 3 Changement de bases
- 4 Applications linéaires**