

Complexes Part Ouane

Guillaume CONNAN

Lycée Jean Perrin

8 septembre 2010

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps : combien l'équation $x^3+px+q=0$ a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

$$(E) \Leftrightarrow x(x^2 + a) = b$$

$$(E) \Leftrightarrow x^2 + a = \frac{b}{x} \quad \text{ou} \quad x = 0$$

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps : combien l'équation $x^3+px+q=0$ a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps : combien l'équation $x^3+px+q=0$ a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

$$f : x \mapsto x^3 + px + q$$

x	$-\infty$		$-a$		a		$+\infty$
Signe $f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		$f(-a)$		$f(a)$		$+\infty$

$$f : x \mapsto x^3 + px + q$$

x	$-\infty$	$-a$	a	$+\infty$			
Signe $f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			$f(-a)$		$f(a)$		$+\infty$
	$-\infty$						

Diagram illustrating the behavior of the function $f(x) = x^3 + px + q$ based on the sign of its derivative $f'(x)$ and the values of $f(x)$ at critical points and limits.

The derivative $f'(x)$ is positive for $x < -a$ and $x > a$, and zero at $x = -a$ and $x = a$. The function $f(x)$ is increasing on $(-\infty, -a)$ and $(a, +\infty)$, and decreasing on $(-a, a)$. The function has a local maximum at $x = -a$ with value $f(-a)$ and a local minimum at $x = a$ with value $f(a)$.

Montrez que $f(a) = q - 2a^3$ et $f(-a) = q + 2a^3$ en utilisant le fait que $f(a) = 0$.

Que vaut $f(a) \cdot f(-a) = ?$

Pourquoi a-t-on $f(a) < f(-a)$?

Entamez alors la discussion en distinguant trois cas (Si $f(a)$ et $f(-a)$ sont tous deux de même signe, c'est à dire si $f(a) \cdot f(-a) > 0$ soit encore si $4p^3 + 27q^2 > 0$ alors f ne s'annule qu'une seule fois et...)

Montrez que $f(a) = q - 2a^3$ et $f(-a) = q + 2a^3$ en utilisant le fait que $f(a) = 0$.

Que vaut $f(a) \cdot f(-a) = ?$

Pourquoi a-t-on $f(a) < f(-a)$?

Entamez alors la discussion en distinguant trois cas (*Si $f(a)$ et $f(-a)$ sont tous deux de même signe, c'est à dire si $f(a) \cdot f(-a) > 0$ soit encore si $4p^3 + 27q^2 > 0$ alors f ne s'annule qu'une seule fois et...*)

Montrez que $f(a) = q - 2a^3$ et $f(-a) = q + 2a^3$ en utilisant le fait que $f(a) = 0$.

Que vaut $f(a) \cdot f(-a) = ?$

Pourquoi a-t-on $f(a) < f(-a)$?

Entamez alors la discussion en distinguant trois cas (*Si $f(a)$ et $f(-a)$ sont tous deux de même signe, c'est à dire si $f(a) \cdot f(-a) > 0$ soit encore si $4p^3 + 27q^2 > 0$ alors f ne s'annule qu'une seule fois et...*)

Montrez que $f(a) = q - 2a^3$ et $f(-a) = q + 2a^3$ en utilisant le fait que $f(a) = 0$.

Que vaut $f(a) \cdot f(-a) = ?$

Pourquoi a-t-on $f(a) < f(-a)$?

Entamez alors la discussion en distinguant trois cas (*Si $f(a)$ et $f(-a)$ sont tous deux de même signe, c'est à dire si $f(a) \cdot f(-a) > 0$ soit encore si $4p^3 + 27q^2 > 0$ alors f ne s'annule qu'une seule fois et...*)

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps : combien l'équation $x^3+px+q=0$ a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

$$\sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$(E_1) : x^3 - 36x - 91 = 0$$

$$(E_2) : x^3 - 15x - 4 = 0$$

Calculez $(2 + \sqrt{-1})^3$ et $(2 - \sqrt{-1})^3$

$$\sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$(E_1) : x^3 - 36x - 91 = 0$$

$$(E_2) : x^3 - 15x - 4 = 0$$

Calculez $(2 + \sqrt{-1})^3$ et $(2 - \sqrt{-1})^3$

$$\sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$(E_1) : x^3 - 36x - 91 = 0$$

$$(E_2) : x^3 - 15x - 4 = 0$$

Calculez $(2 + \sqrt{-1})^3$ et $(2 - \sqrt{-1})^3$

$$\sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$(E_1) : x^3 - 36x - 91 = 0$$

$$(E_2) : x^3 - 15x - 4 = 0$$

Calculez $(2 + \sqrt{-1})^3$ et $(2 - \sqrt{-1})^3$

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- **Descartes et les imaginaires**

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

*Au reste tant les vraies racines que les fausses ne sont pas toujours réelles, mais quelquefois seulement **imaginaires** ; c'est-à-dire qu'on peut bien toujours en imaginer autant que j'ay dit en chaque équation ; mais qu'il n'y a quelquefois aucune quantité qui corresponde à celle qu'on imagine ; comme encore qu'on puisse imaginer trois et celle-ci $x^3 - 6xx + 13x - 10 = 0$, il n'y en a toutefois qu'une réelle qui est 2 ; et pour les autres, quoy qu'on les augmente, ou diminue, ou multiplie en la façon que je viens d'expliquer, on ne sçauroit les rendre autres qu'imaginaires.*

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

● Une notation malheureuse

- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

- Vous avez de même établi que $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$. Sauriez-vous le démontrer en utilisant la définition rappelée ci-dessus ?
- Si l'on généralise cette dernière règle à tous les réels, à quoi devrait être égal :
 - $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
 - $\sqrt{a \cdot b}$
 - Qu'en pensez-vous ?
 - Calculez de même $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$ de deux manières différentes.

- Vous avez de même établi que $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$. Sauriez-vous le démontrer en utilisant la définition rappelée ci-dessus ?
- Si l'on généralise cette dernière règle à tous les réels, à quoi devrait être égal :
 - ▷ $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$?
 - ▷ $(\sqrt{-1})^2$?
- Qu'en pensez-vous ?
- Calculez de même $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$ de deux manières différentes.

- Vous avez de même établi que $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$. Sauriez-vous le démontrer en utilisant la définition rappelée ci-dessus ?
- Si l'on généralise cette dernière règle à tous les réels, à quoi devrait être égal :
 - ▷ $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$?
 - ▷ $(\sqrt{-1})^2$?
- Qu'en pensez-vous ?
- Calculez de même $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$ de deux manières différentes.

- Vous avez de même établi que $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$. Sauriez-vous le démontrer en utilisant la définition rappelée ci-dessus ?
- Si l'on généralise cette dernière règle à tous les réels, à quoi devrait être égal :
 - ▷ $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$?
 - ▷ $(\sqrt{-1})^2$?
- Qu'en pensez-vous ?
- Calculez de même $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$ de deux manières différentes.

- Vous avez de même établi que $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$. Sauriez-vous le démontrer en utilisant la définition rappelée ci-dessus ?
- Si l'on généralise cette dernière règle à tous les réels, à quoi devrait être égal :
 - ▷ $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$?
 - ▷ $(\sqrt{-1})^2$?
- Qu'en pensez-vous ?
- Calculez de même $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$ de deux manières différentes.

- Vous avez de même établi que $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$. Sauriez-vous le démontrer en utilisant la définition rappelée ci-dessus ?
- Si l'on généralise cette dernière règle à tous les réels, à quoi devrait être égal :
 - ▷ $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$?
 - ▷ $(\sqrt{-1})^2$?
- Qu'en pensez-vous ?
- Calculez de même $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$ de deux manières différentes.

À l'aide de cette notation, écrivez le plus simplement possible les nombres qui ont pour carré -25 ; -2 ; $-\sqrt{3}$

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse

● Une représentation géométrique des nombres

- Les Français rationnels
- Somme des nombres imaginaires
- Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse

● Une représentation géométrique des nombres

- Les Français rationnels
- Somme des nombres imaginaires
- Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

Considérez un triangle EIA quelconque et soit K le projeté orthogonal de E sur $[IA]$. Montrez que

$$KA \times KI = KE^2$$

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse

● Une représentation géométrique des nombres

- Les Français rationnels
- Somme des nombres imaginaires
- Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

L'addition de deux segments se fait de la manière suivante : on les combine en faisant partir l'un d'un point où l'autre se termine ; puis on joint par un nouveau segments les deux bouts de la ligne brisée ainsi obtenue.

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse

● Une représentation géométrique des nombres

- Les Français rationnels
- Somme des nombres imaginaires
- Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+c) = +c,$
- $(+1) \cdot (-c) = -c,$

- $(-1) \cdot (+c) = -c,$
- $(-1) \cdot (-c) = +c,$
- $(+c) \cdot (+c) = +c^2,$
- $(+c) \cdot (-c) = -c^2,$
- $(-c) \cdot (-c) = +c^2.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -1$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +1.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon^2$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon^2$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon^2.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$
- $(-\epsilon) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -1$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +1.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +1$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -1.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +1$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -1.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +1$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -1.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$

- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +1$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -1.$

- $(+1) \cdot (+1) = +1,$
- $(+1) \cdot (-1) = -1,$
- $(-1) \cdot (-1) = +1,$
- $(+1) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+1) \cdot (-\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (+\epsilon) = -\epsilon$
- $(-1) \cdot (-\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (+\epsilon) = +\epsilon$
- $(+\epsilon) \cdot (-\epsilon) = +1$
- $(-\epsilon) \cdot (-\epsilon) = -1.$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{3}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{3}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{2\pi}{3}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{1}{2}, 2\pi\right]$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{2\pi}{3}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{1}{2}, 2\pi\right]$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{2\pi}{3}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{1}{3}, 2\pi\right]$

$$\bullet z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3} \right]$$

$$\bullet z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4} \right]$$

$$\bullet z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\bullet z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_7 : \left[2, \frac{3\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_8 : \left[1, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_9 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\bullet z_{10} : \left[\frac{1}{3}, 2\pi \right]$$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{3\pi}{2}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{5\pi}{2}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{1}{2}, 2\pi\right]$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{3\pi}{2}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{5\pi}{2}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \pi\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{3}{2}, -2\pi\right]$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{3\pi}{2}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{5\pi}{2}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \pi\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{3}{2}, 2\pi\right]$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{3\pi}{2}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{5\pi}{2}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \pi\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{3}{2}, 2\pi\right]$

- $z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3}\right]$

- $z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4}\right]$

- $z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$

- $z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$

- $z_7 : \left[2, \frac{3\pi}{2}\right]$

- $z_8 : \left[1, \frac{5\pi}{2}\right]$

- $z_9 : \left[\frac{2}{3}, \pi\right]$

- $z_{10} : \left[\frac{3}{2}, 2\pi\right]$

$$\bullet z_1 : \left[2, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_2 : \left[2, \frac{4\pi}{3} \right]$$

$$\bullet z_3 : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4} \right]$$

$$\bullet z_4 : \left[\frac{2}{3}, \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\bullet z_5 : \left[2, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_6 : \left[1, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_7 : \left[2, \frac{3\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_8 : \left[1, \frac{5\pi}{2} \right]$$

$$\bullet z_9 : \left[\frac{2}{3}, \pi \right]$$

$$\bullet z_{10} : \left[\frac{3}{2}, 2\pi \right]$$

- $(E_1) : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4} \right] \cdot z = \left[3, \frac{\pi}{12} \right]$
- $(E_2) : \left[2, \frac{\pi}{3} \right] \cdot z = \left[1, \frac{\pi}{6} \right]$

- $(E_1) : \left[\frac{3}{2}, -\frac{\pi}{4} \right] \cdot z = \left[3, \frac{\pi}{12} \right]$
- $(E_2) : \left[2, \frac{\pi}{3} \right] \cdot z = \left[1, \frac{\pi}{6} \right]$

Écrivez la suite des puissances entières successives de $\left[1, -\frac{\pi}{3}\right]$.
Faites de même avec $[r, \theta]$.

Écrivez la suite des puissances entières successives de $\left[1, -\frac{\pi}{3}\right]$.
Faites de même avec $[r, \theta]$.

Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- **Gauss : clair et génial**

2 Approche « moderne »

- Cinéma

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 - i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

- $(3 + 5i) + (9 - 2i)$
- $(3 - 4i) - (-1 + i)$
- $(a + bi) + (c + di)$
- $4(2 + 7i)$
- $(4 + 3i)(2 + i)$
- $(-2 - i)(3 + 2i)$
- $(a + bi)(c + di)$
- $(a + ib)^2$
- $(a + ib)(a - ib)$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placez les points correspondant à :

• 1

• i

• $-i$

• $2 - i$

• $1 + 2i$

• $2 - 2i$

• $1 - 2i$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placez les points correspondant à :

• 1

• i

• $-i$

• $2 - i$

• $1 + i$

• $3 - 2i$

• $\frac{1+i}{2}$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placez les points correspondant à :

- 1

- i

- $-i$

- $2 - i$

- $1 + i$

- $3 - 2i$

- $\frac{1+i}{2}$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placez les points correspondant à :

- 1

- i

- $-i$

- $2 - i$

- $1 + i$

- $3 - 2i$

- $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placez les points correspondant à :

- 1

- i

- $-i$

- $2 - i$

- $1 + i$

- $3 - 2i$

- $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placez les points correspondant à :

• 1

• i

• $-i$

• $2 - i$

• $1 + i$

• $3 - 2i$

• $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placez les points correspondant à :

- 1

- i

- $-i$

- $2 - i$

- $1 + i$

- $3 - 2i$

- $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

Sommaire

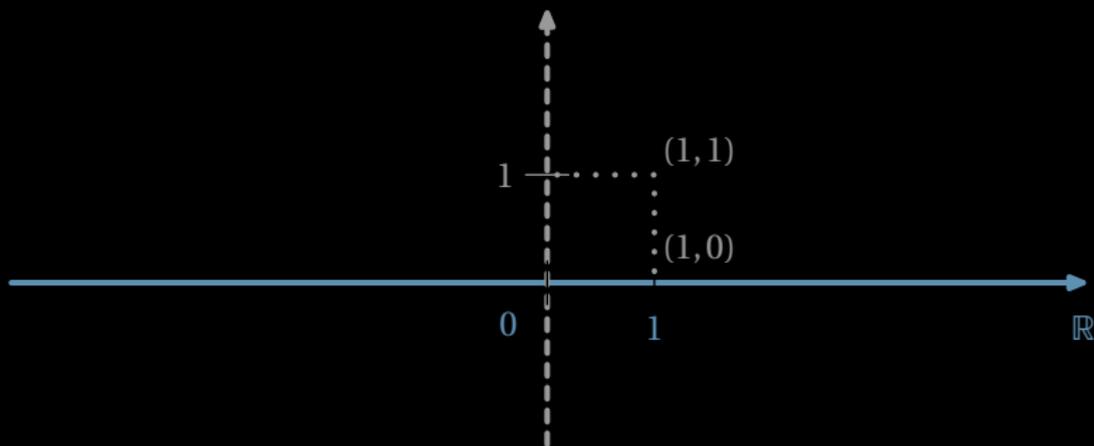
1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma



Sommaire

1 Approche historique

- Les équations du second degré
 - Paraboles et hyperboles
- La Renaissance italienne
 - Un saut dans l'espace-temps :
combien l'équation $x^3+px+q=0$
a-t-elle de solutions dans \mathbb{R} ?
 - Résolvons ces équations
- Descartes et les imaginaires

- Une notation malheureuse
- Une représentation géométrique des nombres
 - Les Français rationnels
 - Somme des nombres imaginaires
 - Produit de nombres imaginaires
- Gauss : clair et génial

2 Approche « moderne »

- Cinéma

Un magnifique film résume nos premières aventures. Il se trouve à l'adresse suivante :

▶ Le Film