Devoir Surveillé n°1 — Vendredi 3 octobre 2009

BTS Domotique 2 — 2 heures

Exercice 1 Bière sans alcool

Pour cet exercice, on pourra s'aider d'un tableur et éventuellement imprimer certains résultats si nécessaire.
Voici un tableau donnant l'évolution sur plus de 5 ans du nombre moyen de litres de bière sans alcool bus par trimestre par les élèves de BTS d'un lycée rezéen :

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1er trimestre	72	74	83	83	85	89
2e trimestre	101	107	109	117	120	125
3e trimestre	91	94	100	105	107	
4e trimestre	118	125	123	131	141	

1. Représentez cette série chronologique : en abscisse on placera les 22 trimestres et en ordonnées les litres bus.
2. Lissez cette série par moyennes mobiles d'ordre 4 et représentez la nouvelle série sur le même graphique.
3. Ces nouveaux points sont presque alignés et la tendance générale est à l'accroissement. Pour permettre des prévisions pour 2010 et 2011, l'idée est de définir une droite représentant cette tendance moyenne et de la prolonger pour les trimestres futurs.
   a) Calculez les coordonnées du point A dont l'abscisse est la moyenne des abscisses des neuf premiers points et l'ordonnée la moyenne des ordonnées de ces neuf points. Calculer de même les coordonnées du point B pour les neuf derniers points.
   b) Déterminez une équation de la droite (AB). (On arrondira les coefficients à 0,01 près)
   Tracez cette droite dans le même repère. Cette droite est une droite de tendance.
4. À l'aide de la calculatrice et en prenant la série lissée, donnez le coefficient de corrélation linéaire puis une équation de la droite de régression correspondant.

Exercice 2 Poupées syldaves

Pour cet exercice, on pourra s'aider d'un tableur et éventuellement imprimer certains résultats si nécessaire.
Une machine déverse du caoutchouc de façon continue dans un moule pour fabriquer des poupées Barbues dans une usine délocalisée en Syldavie, plus exactement dans la ville de Brzscht, connue pour sa fameuse taverne où l'on peut déguster pour à peine 3 zlts la délicieuse bière Szprt servie par de charmantes Syldaves vêtues du splendide costume de la province de Rjòvñzj.
On veut contrôler la régularité de l'écoulement du caoutchouc dont les variations affectent les mensurations des Barbues. On effectue alors des mesures sur cette machine pendant une demi-heure et on obtient des masses de caoutchouc en grammes, chacune étant obtenue par un écoulement de caoutchouc d'une durée de 30 secondes.
Ci-dessous sont données les 41 mesures obtenues (ces mesures sont données en grammes).

255,8	258,7	259,7	260,3	260,7	261,2	261,2	261,4	262,1	262,2
262,3	262,4	263,1	263,4	263,4	263,6	264,1	264,4	264,4	264,5
264,5	264,6	264,8	265	265,3	265,5	265,6	265,9	266,1	266,2
266,4	267	267,1	267,6	268,7	268,8	269,7	269,8	271	271,9
272,9									

1. Pour la série de ces 41 mesures, compléter le tableau suivant :

médiane M_e	1er quartile	3e quartile	minimum	maximum	moyenne	écart-type s

2. Construire le diagramme en boîte (c'est-à-dire la boîte à moustaches) de cette série en utilisant la médiane, le premier quartile et le troisième quartile, le minimum et le maximum.
3. Quel pourcentage des valeurs obtenues lors de ce contrôle se trouvent entre 261,1 g et 267,9 g ?
4. On peut considérer comme aberrantes les valeurs qui sont supérieures à $(M_e + 2s)$ ou qui sont inférieures à $(M_e - 2s)$ où M_e désigne la médiane et s l'écart-type.
   Le contrôle sur la machine fait-il apparaître des valeurs aberrantes ? Lesquelles ?
5. Pour simplifier la lecture de ces données, on regroupe les résultats par classes d'amplitude 2 grammes. La première classe sera $[255\,;\,257[$ et la dernière $[271\,;\,273[$.

   a) Complétez le tableau suivant

Masse	$[255;\,257[$	$[257;\,259[$						$[271;\,273[$
Centre des classes								
Effectif								
Fréquence								

   b) Représentez la fonction de répartition associée en ne considérant que les centres des classes.

   c) À partir du graphique et en laissant apparant vos tracés, déterminez quartiles et médianes.

   d) Construisez le diagramme en boîte correspondant. A-t-on perdu beaucoup d'informations en regroupant les résultats par classes ?

Exercice 3 Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle (E) :

$$(1+x)\,y' + y = \frac{1}{1+x}$$

où y est une fonction de la variable réelle x, définie et dérivable sur $]-1;+\infty[$ et y' sa fonction dérivée.

1. Démontrer que les solutions sur $]-1;+\infty[$ de l'équation différentielle (E_0) :

$$(1+x)y' + y = 0$$

   sont les fonctions définies par $h(x) = \dfrac{k}{x+1}$ où k est une constante réelle quelconque.
2. Soit g la fonction définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$
   Démontrer que la fonction g est une solution particulière de l'équation différentielle (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
4. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 2$.

Exercice 4 Résolution d'une équation différentielle

Déterminer les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle

$$(E_0)\ :\quad y'' - 3y' - 4y = 0.$$