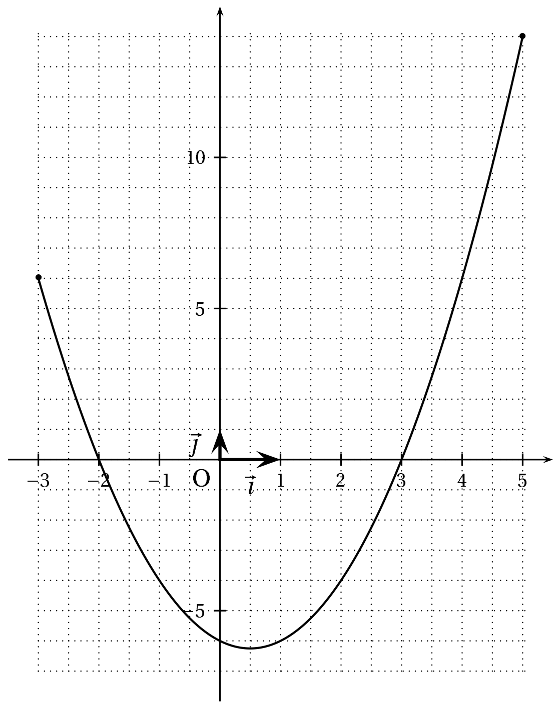
✿ 2^{nde} 13 Devoir surveillé de mathématiques n°2 ✿
Jeudi 23 novembre 2006 - Durée : 2 heures

Exercice 1



Soit f la fonction définie sur $[-3;5]$ par $f(x) = x^2 - x - 6$.
Ci-contre, on donne $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de f.

a. Déterminer graphiquement :
- $f(0)$: ....
- l'image de 3 par f : ....
- les éventuels antécédents de -4 par f : ....
- les éventuels antécédents de 10 par f : ....
- les éventuels antécédents de -6 par f : ....
- l'ordonnée du point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 5 : ....
- les solutions de l'équation $f(x) = 3$ ....

b. Déterminer algébriquement l'image de $\frac{1}{2}$ par f.

c. Montrer que pour tout x de $[-3;5]$, $f(x) = (x-3)(x+2)$.

d. Retrouver algébriquement les antécédents de 0 par f.

Exercice 2

On considère la fonction $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{x} \end{array} \right.$

Calculer : $f(1)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{3}{2}\right)$ et $f(\sqrt{3})$.
(*On détaillera les calculs et on simplifiera les réponses*).

Exercice 3

On pose $k(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$, la fonction k étant définie sur l'intervalle $\left[\frac{3}{2};5\right]$.

a. Á l'aide de la calculatrice, dresser le tableau de valeurs de la fonction k avec un pas d e $\frac{1}{2}$. Inutile de recopier ce tableau sur la copie.

b. En déduire les valeurs minimales et maximales de $k(x)$. Tracer alors les axes du repère avec une échelle appropriée.

c. Placer les points obtenus grâce au tableau de valeurs.

d. Refaire un tableau de valeurs, pour x compris entre $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{2}$, avec cette fois un pas de $\frac{1}{10}$.

e. Placer les nouveau points et tracer la courbe.

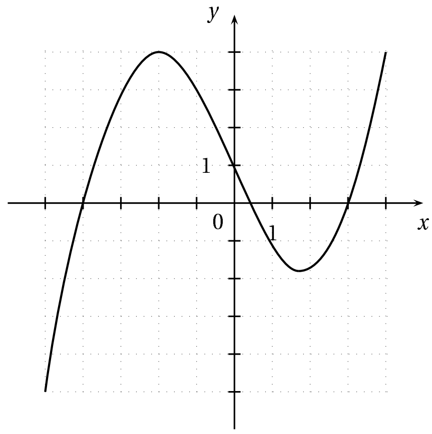
f. Résoudre graphiquement les équations $k(x) = 2$, $k(x) = 4$ et $k(x) = 6$.

g. Résoudre alors $4 \leqslant k(x) < 6$.

Exercice 4

- Une affirmation juste cochée rapporte 1 point ;
- Une affirmation fausse cochée coûte 1 point.

a. La courbe de la fonction f définie sur $[-5;4]$ est représenté ci-contre :



❒ 0 admet trois antécédents par f.

❒ Tout élément de $[-3.4]$ admet trois antécédents.

❒ $f(-3) \leqslant f(1)$.

❒ Le minimum de f sur $[-5;4]$ est compris entre -2 et -1.

❒ f est croissante sur $[-5;0]$.

b. f est une fonction définie sur $\mathrm{I} = [-4;5]$ et son tableau de variations est donné ci-contre.
De plus $f(-1) = 0$.

x	-4	0	3	5
Var. f		2		4
	-3		0	

❒ f admet 4 comme maximum sur I.

❒ L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions.

❒ $f(1,5) < f(1)$

❒ $f(2) = 0$

❒ $f(4) > 0$

❒ f admet 0 comme minimum sur I.

❒ $f(4) > f(-2)$

c. On considère la fonction f définie sur $\mathscr{G}$ par : $f(x) = x^2 - 1$.

❒ L'équation $f(x) = -0,5$ admet deux solutions.

❒ -2 et 2 sont les antécédents de 3 par f.

❒ Si a est un réel négatif, alors il n'y a pas d'antécédent de a par f.

❒ L'équation $f(x) = -2$ n'a pas de solution.

Exercice 5

a. Quel est le sens de variation des fonctions $f : x \mapsto -x + 140$ et $g : x \mapsto -\dfrac{1}{520}x - 800$?

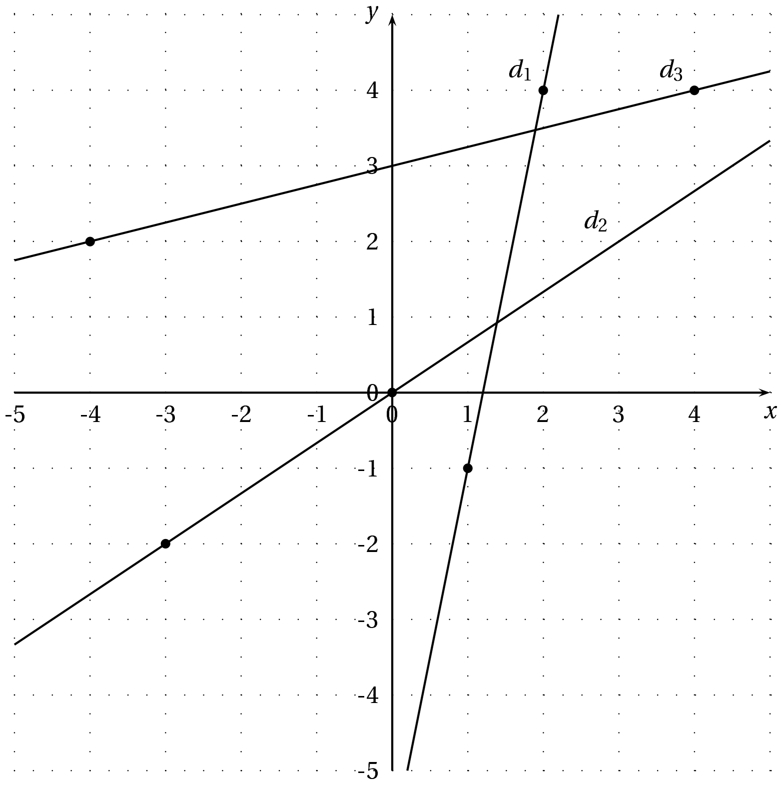
b. Compléter les tableaux de *signes* suivants : (on expliquera la méthode utilisée)

x	
$-\dfrac{3}{4}x+5$	

x	
$\dfrac{x}{7}+\dfrac{3}{5}$	

.

Exercice 6



a. Les droites d_1, d_2 et d_3 ci-contre représentent respectivement les fonctions affines f_1, f_2 et f_3.
Déterminer les expressions de chacune de ces fonctions.

b. Tracer la représentation graphique des fonctions :

$$g : x \mapsto 3 - 2x \text{ et } h : x \mapsto \frac{x+3}{2}.$$